

# 光子晶体光纤的模式截止特性研究

任国斌<sup>1,2</sup>, 王 智<sup>1</sup>, 娄淑琴<sup>1</sup>, 简水生<sup>1</sup>

(1. 北京交通大学光波技术研究所, 北京 100044; 2. 河北大学物理科学与技术学院, 河北保定 071002)

**摘 要:** 本文应用平面波法和光子晶体光纤(PCF)的全矢量超格子叠加模型, 分析了光子晶体光纤的模式及二次模截止特性. 对于给定结构的 PCF, 计算得到了决定模式数量及模式截止的归一化传播常数. 由截止频率及其渐近线将 PCF 的工作区域划分为三个: 无尽单模, 单模和多模区域.

**关键词:** 光子晶体光纤; 模式; 模式截止

**中图分类号:** TN929.11 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2004)08-1318-04

## Study on Mode Cutoff in Photonic Crystal Fibers

REN Guo bin<sup>1,2</sup>, WANG Zhi<sup>1</sup>, LOU Shu qin<sup>1</sup>, JIAN Shu sheng<sup>1</sup>

(1. Institute of Lightwave Technology, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;

2. Physics and Technology College, Hebei University, Baoding, Hebei 071002, China)

**Abstract:** Plane wave method and a full vector model based on supercell lattice method are applied for modeling photonic crystal fibers. The normalized propagation constant, which determines the number of the modes and mode cutoff is obtained for a PCF with a certain structure parameters. The cutoff frequency and its asymptotic bound are used to define the boundaries of three operation regime of PCF: which consist of endlessly single mode, single mode and multimode operation.

**Key words:** photonic crystal fibers; mode; mode cutoff

## 1 引言

光子晶体光纤(Photonic crystal fiber, PCF)一般由未掺杂的 SiO<sub>2</sub> 和空气孔构成, 其横截面是周期性排列的沿轴向均匀的圆空气孔, 在芯子的位置, 其周期性被破坏形成缺陷, 光就可以沿缺陷传播. PCF 按其导模机制可以分为两类<sup>[1]</sup>: 折射率导模 PCF, 光子晶体光纤包层区的空气孔的存在使得包层的有效折射率较芯子低, 光就可以象传统光纤一样通过全内反射导光; 另一类是光子带隙导模 PCF, 合理地设计 PCF 中的周期性结构参量可以使纤芯中的光子局域态处于光子带隙之内, 这样 PCF 就可以通过光子带隙效应导光.

通过对 PCF 结构参量(空气孔的间距, 位置和大小等)的设计, 可以得到传统光纤无法实现的光学传输特性: ‘无尽单模’特性<sup>[2]</sup>; 新颖的色散特性<sup>[3]</sup>; 将光功率更强地限制在芯层以实现超高非线性<sup>[4]</sup>等. 这些独特的光学传输特性已广泛应用于光通信与光电子学的前沿研究, 如 850 nm 附近的孤子传播效应, 宽带超连续谱的产生, 超色散平坦光纤的设计制造, 此外一些基于 PCF 的无源、有源器件业已出现, 如: 基于 PCF 的偏振控制器, 传感器, 光纤光栅, 结构型可调谐滤波器, 高功率光子晶体光纤激光器, 包层泵浦大有效面积光纤激光器等.

PCF 最早被人们认识到的特性之一是‘无尽单模’特性, 特定结构的 PCF 可以在极宽的波长范围内支持单模运行, 其

单模特性与 PCF 的绝对尺寸无关, 这就可以使我们在保持 PCF 单模的条件下, 设计其有效面积, 获得极高或极低的非线性效应. 对 PCF 这种独特性质, 一般是应用标量近似的等效折射率模型<sup>[2]</sup>予以解释的.

为了准确地描述 PCF 的模式截止特性, 必须应用全矢量的方法. 最近已有有效面积或损耗在截止频率位置的迅速增加作为判断模式截止的判据的报道<sup>[5,6]</sup>. 本文结合平面波法与我们最近提出的全矢量超格子叠加模型<sup>[7,8]</sup>, 首先讨论了 PCF 中的模式, 然后与传统光纤类比, 对 PCF 的二次模截止特性进行了分析.

## 2 理论工具

在传统光纤中, 导模的模式折射率( $\beta/k_0$ )满足关系式:  $n_{clad} < \beta/k_0 < n_{core}$ , 其中  $n_{clad}$  为光纤包层的折射率,  $n_{core}$  为芯层的折射率. 而在 PCF 中可以认为导模的模式折射率满足相同的 关系, 不过此时 PCF 包层的折射率应以基空间填充模的模式折射率代替<sup>[7]</sup>. 基空间填充模(Fundamental Space filling Mode, FSM)是指无限大 PCF 包层结构中的基模,  $\beta_{FSM}$  是 PCF 包层中允许的最大传播常数, 低于基空间填充模的模式为 PCF 中的辐射模.

### 2.1 平面波法

平面波法是分析光子晶体的最常用的方法之一, 下面对

其进行简要的介绍。无源、无损、时不变媒质中的 Helmholtz 方程为:

$$\nabla \times \left[ \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \right] \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}) \quad (1)$$

其中  $\varepsilon(\mathbf{r})$  为介电常数,  $\omega$  为角频率,  $c$  为真空中的光速。

在无限大的光子晶体中, 应用 Bloch 理论, 磁场可以用平面波展开:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}\lambda} h_{c\lambda} \hat{e}_\lambda e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \cdot \mathbf{r}} \quad (2)$$

其中  $\lambda = 1, 2$ ,  $\mathbf{k}$  为平面波的波矢量,  $\mathbf{G}$  为倒格子矢量,  $\hat{e}_\lambda$  代表两个与传播方向  $\mathbf{k} + \mathbf{G}$  垂直的基矢,  $\hat{e}_1, \hat{e}_2, \mathbf{k} + \mathbf{G}$  相互垂直,  $h_{c\lambda}$  表示磁场  $\mathbf{H}$  在  $\hat{e}_\lambda$  方向的分量。应用 Fourier 变换, 将介电常数展开为 Fourier 级数<sup>[9]</sup>:

$$\varepsilon(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} \varepsilon_{\mathbf{G}} e^{i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}}$$

$$\varepsilon_{\mathbf{G}} = \frac{1}{V} \iiint_V \varepsilon(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}} dV \quad (3)$$

$V$  为元胞体积。将式(2), 式(3)代入式(1)得到:

$$\sum_{\mathbf{G}} \mathbf{k} + \mathbf{G} \parallel \mathbf{k} + \mathbf{G}' \parallel \varepsilon^{-1}(\mathbf{G} - \mathbf{G}') \begin{bmatrix} \hat{e}_2 \cdot \hat{e}'_2 & -\hat{e}_2 \cdot \hat{e}'_1 \\ -\hat{e}_1 \cdot \hat{e}'_2 & -\hat{e}_1 \cdot \hat{e}'_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{1, \mathbf{G}} \\ h_{2, \mathbf{G}} \end{bmatrix} = \frac{\omega^2}{c^2} \begin{bmatrix} h_{1, \mathbf{G}} \\ h_{2, \mathbf{G}} \end{bmatrix} \quad (4)$$

这样 Helmholtz 方程变为标准的本征值问题, 可以用数值方法求解。

### 2.2 全矢量超格子叠加模型

假设折射率导模 PCF 沿纵向(传播方向)均匀, 其模式电场可以写成:

$$\mathbf{E}_j(x, y, z) = [e_y(x, y) + e_z(x, y)] e^{j(\beta_j z - \omega t)} \quad (5)$$

其中  $\beta_j$  为  $j$  阶模式的传播常数,  $e_x(x, y) = e_x \hat{x} + e_y \hat{y}$ ,  $e_z(x, y)$  分别是电场的横向分量与纵向分量。将模式电场的表达式(5)代入矢量波动方程, 可得到横向模式电场  $e_x(x, y)$ 、 $e_y(x, y)$  的耦合波动方程<sup>[10]</sup>:

$$\begin{cases} (\nabla_t^2 - \beta_j^2 + k^2 n^2) e_x = -\frac{\partial}{\partial x} \left\{ e_x \frac{\partial \ln n^2}{\partial x} + e_y \frac{\partial \ln n^2}{\partial y} \right\} \\ (\nabla_t^2 - \beta_j^2 + k^2 n^2) e_y = -\frac{\partial}{\partial y} \left\{ e_x \frac{\partial \ln n^2}{\partial x} + e_y \frac{\partial \ln n^2}{\partial y} \right\} \end{cases} \quad (6)$$

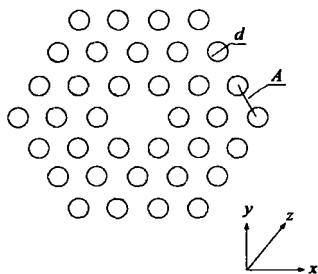


图 1 PCF 横截面示意图

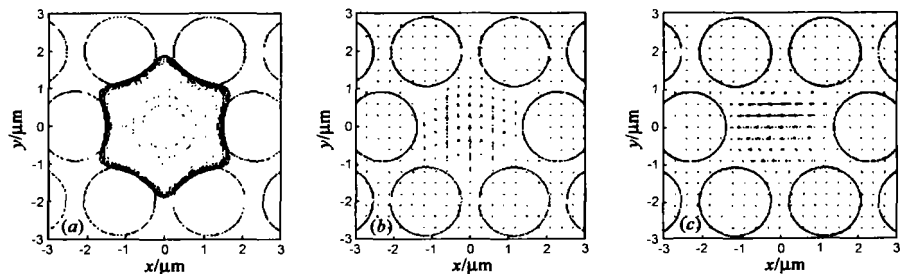


图 2 (a)  $HE_{11}$  模的强度分布; (b), (c) 两个偏振模式的二维电矢量分布。等高线间距为  $2\text{dB}$

图 2 为基模两个简并的模式二维电矢量分布和基模总的模场强度分布, PCF 中的空气孔也同时表示在图中。这里需要强调指出的是由于三角格子 PCF 具有  $C_{6v}$  对称性, 从对称性分析可知基模的两个偏振模式完全简并<sup>[8]</sup>。注意到图 2 中的二维电矢量分布与传统阶跃光纤的  $HE_{11}$  模类似, 因此可以称之为 PCF 中的  $HE_{11}$  模。由模场强度分布可以看出在相对孔

径  $n^2 = n^2(x, y)$  是横向折射率分布,  $k = 2\pi/\lambda$  是真空波数,  $\nabla_t^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ 。

应用叠加方法构造超格子<sup>[7, 8]</sup>, 用以表示 PCF 的横向折射率分布。PCF 的横向折射率分布可以被分为两部分: 包层是由空气孔和石英组成的光子晶体结构; 芯子由中心缺陷构成。PCF 可以看作是存在缺陷的二维光子晶体。将含有缺陷的光子晶体结构视为两种周期性结构的叠加, 此时周期性结构可以用余弦函数展开。选取 Hermiter Gaussian 函数将模式电场展开, 即:

$$e_x(x, y) = \sum_{a, b=0}^{F-1} \varepsilon_{ab}^x \Psi_a(x) \Psi_b(y) \quad (7)$$

$$e_y(x, y) = \sum_{a, b=0}^{F-1} \varepsilon_{ab}^y \Psi_a(x) \Psi_b(y)$$

其中,  $F$  为展开式的项数,  $\Psi_i(s)$  ( $i = a, b, s = x, y$ ) 是正交归一化 Hermiter Gaussian 函数。将式(5)与模式电场展开式(7)代入式(6)可以得到关于模式电场的本征方程:

$$\begin{bmatrix} I_{abcd}^{(1)} + k^2 I_{abcd}^{(2)} + I_{abcd}^{(3)x} & I_{abcd}^{(4)x} \\ I_{abcd}^{(4)y} & I_{abcd}^{(1)} + k^2 I_{abcd}^{(2)} + I_{abcd}^{(3)y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \end{bmatrix} = \beta_j^2 \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \end{bmatrix} \quad (8)$$

交叠积分  $I^{(1)}, I^{(2)}, I^{(3)}, I^{(4)}$  可以写出解析的表达式, 这极大地提高了计算精度和速度。由于表达式非常复杂, 这里不再写出, 可以参考文献[7, 8]。通过在给定的波长求解本征方程(8), 我们就可以得到对应  $j$  阶模式的传播常数及相应的本征向量, 进而求得相应的传播常数与模场分布。

### 3 PCF 中的模式

最为常见的 PCF 的结构如图 1 所示。PCF 的包层由六角密排的空气孔组成, 在中心由一个石英棒代替空气孔而形成芯子, 这类 PCF 的导模机制为全反射。可以用孔距参数  $\Lambda$ , 相对孔径  $d/\Lambda$  来表征 PCF 的结构。为了讨论 PCF 中的模式, 我们选取结构参数为:  $\Lambda = 2.34 \mu\text{m}$ ,  $d/\Lambda = 0.8$ , 波长为  $633 \text{nm}$ 。通过求解式(8), 可以得到 PCF 中的各阶模式。

径  $d/\Lambda$  较大时模场将较强的被限制在芯子位置, 模场表现出很好的六角对称性。

与阶跃光纤类似, PCF 的二次模由 4 个近似简并的矢量模组成。图 3 为这 4 个二次模的二维电矢量分布, 它们和阶跃光纤中的矢量模非常相似。由对称性分析, 图 3 中 (a), (d) 是非简并的, 分别将其称为  $TE_{01}$  和  $TM_{01}$  模; 图 3 (b) 和 (c) 是完

全简并的, 组成简并对, 称其为  $HE_{21}$  模. 图 3(e) 为  $HE_{21}$  模的模场强度分布图, 模场具有很好的六角对称性, 且其中心位置出

现了极小值, 具有典型的二次模特征. 由于  $TE_{01}$  和  $TM_{01}$  模的模场强度分布与  $HE_{21}$  模相似, 这里就不再给出.

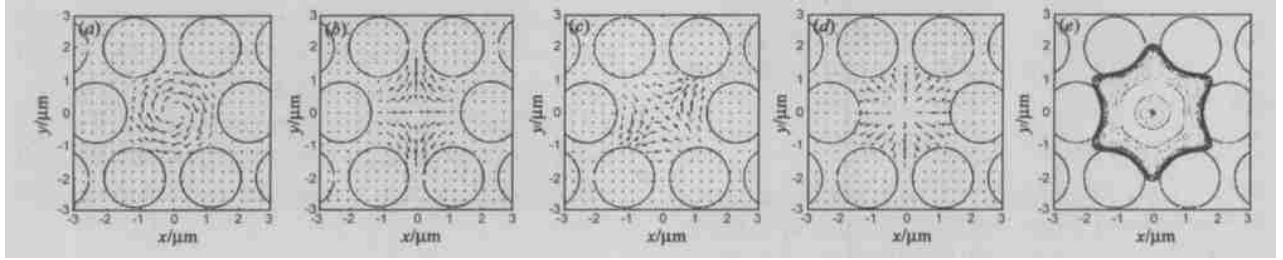


图 3 (a)  $TE_{01}$  模; (d)  $TM_{01}$  模; (b) (c)  $HE_{21}$  模的二维电矢量分布; (e)  $HE_{21}$  模的强度分布. 等高线间距为 2dB

总之, 我们可以得到结论<sup>[8]</sup>: PCF 中的模式与传统阶跃光纤中的矢量模有对应关系, 可以按阶跃光纤中的矢量模对 PCF 中的模式进行命名. 模式的简并特性就不在这里进行详细的讨论.

### 4 二次模截止

讨论二次模截止的问题时要用到基空间填充模(FSM)的概念<sup>[2, 3, 11]</sup>. FSM 指 PCF 中的包层基模, FSM 的传播常数是包层区中允许的最大传播常数. 本文分析中忽略  $SiO_2$  的材料色散, 假定  $n_{core} = 1.457$ . 采用平面波法可以求得 FSM 的传播常数  $\beta_{FSM}$ , 应用 2.2 节的全矢量超格子叠加模型, 对特定结构的 PCF 可以求出各阶模的模式折射率  $n_{eff}^j = \beta_j / k_0$ . 只有当  $n_{FSM} < \beta_j / k_0 < n_{core}$  ( $n_{FSM} = \beta_{FSM} / k_0$  为基空间填充模的模式折射率) 时, 模式才是束缚模.

为了更好地描述 PCF 的截止特性, 类比传统阶跃光纤, 我们定义 PCF 的归一化传播常数  $b$  为:

$$b = \frac{n_{eff}^2 - n_{FSM}^2}{n_{core}^2 - n_{FSM}^2} \quad (9)$$

图 4 为选取 PCF 结构参量  $\Lambda = 2.34 \mu m$ ,  $d/\Lambda = 0.6$  时得到的基模、二次模的 4 个模式的模式折射率 (a)、归一化传播常数  $b$  (b) 与归一化频率  $\Lambda/\lambda$  的关系曲线. 图 4(a) 中同时给出了 PCF 中芯子的折射率  $n_{core}$  和包层中的基空间填充模的模式折射率  $n_{FSM}$ . 对于 PCF 中的模式来讲, 只有当模式折射率夹在  $n_{core}$  和  $n_{FSM}$  中间的模式才是束缚模, 图 4 中, 在频率较高时, PCF 中存在 4 个束缚模式:  $HE_{11}$ ,  $TE_{01}$ ,  $HE_{21}$ ,  $TM_{01}$  模, 随着归一化频率的降低, 二次模的模式折射率逐渐接近 FSM 的模式折射率, 模式也就渐近截止. 图 4(b) 为 PCF 的各阶模的归一化传播常数  $b$  与归一化频率的关系, 可以看到随归一化频率

的截止频率由低频向高频移动, 当  $d/\Lambda$  接近约 0.45 时(与文献[5]的结果相同), 截止频率趋于无穷大, 这意味着无论频率的高低, 二次模都将不会出现, PCF 为‘无尽单模’. ‘无尽单模’特性可以这样理解<sup>[11]</sup>: PCF 的芯子由石英构成, 包层由于存在空气孔, 使其平均折射率较低, PCF 就通过全反射导模. PCF 的包层等效折射率与波长有很强的依赖关系: 波长较短时, 场集中于  $SiO_2$  中, 使其等效折射率较大; 而波长较长时, 场会较多地分布于空气孔中, 致使有效折射率较低. 如果假定 PCF 的芯子折射率保持不变, 那么, 包层区等效折射率与芯子的折射率差则随波长的增加而增大. 在相对孔径  $d/\Lambda$  在小于某一值时, 无论波长如何变化, PCF 的等效  $V$  (阶跃光纤中的归一化频率) 值总是小于 2.405, 即 PCF 总保持单模传输.

为了描述 PCF 的工作状态, 图 5 给出了截止频率与空气孔相对孔径  $d/\Lambda$  的关系. 随着  $d/\Lambda$  由正方向接近 0.45, PCF 的二次模截止频率迅速增大, 图中的点线为截止频率的渐近线. 计算中当  $d/\Lambda$  接近其渐近线时需要极高的计算精度, 因而计算量极大. 图 5 中 PCF 的二次模截止频率与其渐近线将工作区域划分为 3 个: 当  $d/\Lambda$  小于 0.45 时, PCF 为‘无尽单模’, 此时无论波长如何变化, PCF 总保持单模状态;  $d/\Lambda$  大于 0.45 时, 截止频率上方的区域为多模区, 下方的区域为单模区. 图 5 为我们调整 PCF 的结构参量, 设计其模式特性提供了参考.

### 5 结论

本文应用平面波法和 PCF 的全矢量超格子叠加模型分析了光子晶体光纤的二次模截止特性. 对特定结构的 PCF, 应用平面波法得到其基空间填充模(FSM)的模式折射率; 用全矢量超格子叠加模型得到其中各阶模式的模式折射率(传播

的降低, 二次模中首先截止的是  $HE_{21}$  模, 其后是  $TM_{01}$  模, 最后是  $TE_{01}$  模, 截止频率位于 1.5 附近.

通过对不同结构参量 PCF 二次模截止的分析发现, 空气孔相对孔径  $d/\Lambda$  的大小是影响 PCF 中二次模截止位置的关键因素. 随  $d/\Lambda$  的减小, PCF

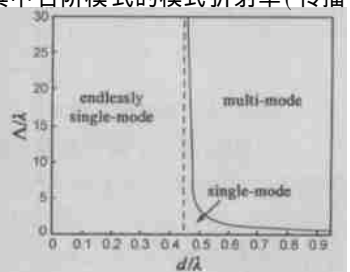
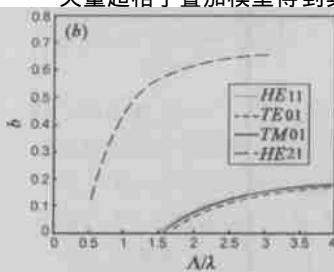
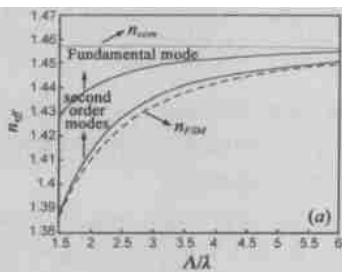


图 4 (a) 基模、二次模的模式折射率与归一化频率的关系; (b) PCF 前 4 个模式的归一化传播常数. PCF 结构参量为  $\Lambda = 2.34 \mu m$ ,  $d/\Lambda = 0.6$

图 5 PCF 的工作区域

常数), 类比传统阶跃光纤得到 PCF 中的导模和二次模截止频率. 进一步分析了相对孔径  $d/\Lambda$  与 PCF 二次模截止频率的关系, 并由截止频率及其渐近线将 PCF 的工作区域划分为: 无尽单模、单模和多模区域. 本文的结论为 PCF 的设计提供了参考.

#### 参考文献:

- [ 1 ] J C Knight, P St Russell. New way to guide light[ J]. Science, 2002, 296( 5566): 276- 277.
- [ 2 ] T A Birks, J C Knight, P St J Russell. Endlessly single mode photonic crystal fiber[ J]. Opt Lett, 1997, 22( 13): 961- 963.
- [ 3 ] 任国斌, 姜淑琴, 王智, 简水生. 等效折射率模型研究光子晶体光纤的色散特性[ J]. 光学学报, 2004, 24( 3): 319- 323.
- [ 4 ] AL Gaeta. Nonlinear propagation and continuum generation in microstructured optical fibers[ J]. Opt Lett, 2002, 27( 11): 924- 926.
- [ 5 ] N A Mortensen. Effective area of photonic crystal fibers[ J]. Opt Express, 2002, 10( 7): 341- 348.
- [ 6 ] B T Kuhlme, R C McPhedran, C M de Sterke, P A Robinson, G Rer versez, D Maystre. Microstructured optical fibers: where's the edge[ J]. Opt Express, 2002, 10(22): 1285- 1290.
- [ 7 ] W Zhi, R Guobin, L Shuqin, J Shuisheng. Supercell lattice method for photonic crystal fibers[ J]. Opt Express, 2003, 11( 9): 980- 991.

- [ 8 ] R Guobin, W Zhi, L Shuqin, J Shuisheng. Mode classification and degeneracy in photonic crystal fibers[ J]. Opt Express, 2003, 11( 11): 1310- 1321.
- [ 9 ] S Guo, S Albin. Simple plane wave implementation for photonic crystal calculations[ J]. Opt. Express, 2003, 11(2): 167- 175.
- [ 10 ] A W Snyder. Optical Waveguide Theory[M]. New York: Chapman and Hall, 1983.
- [ 11 ] 任国斌, 姜淑琴, 王智, 简水生. 应用等效折射率模型研究折射率导模光子晶体光纤[ J]. 中国激光, 2004, 31(6): 723- 727.

#### 作者简介:



任国斌 男, 1973 年 1 月出生于河北献县, 在读博士, 主要从事非线性光纤光学、新型光纤和光子晶体光纤的研究工作.

王 智 男, 1971 年 11 月出生于湖北蕲春, 北方交通大学副教授, 主要从事光纤通信、非线性光纤光学、新型光纤和光纤工艺的研究工作.